2.3.1. KONVERZIJA DECIMALNIH BROJEVA U BINARNE I OBRNUTO

Prevođenje celih decimalnih brojeva u binarne vrši se metodom sukcesivnog deljenja. Metoda se sastoji u tome što se broj koji se konvertuje deli s bazom sistema, a ostatak deljenja posebno zapisuje. Konvertovani broj se dobija kada se napišu cifre ostataka obrnutim redom od onog kako su dobijene. Na primer, za decimalni broj 120 postupak prevođenja u binarni sistem će biti:

120 : 2
60 0
30 0
15 0
7 1
3 1
1 1
0 1

$(120)_{10} = (1111000)_2$

Decimalni broj manji od jedinice konvertuje se u binarni tako što se množi bazom 2. Celobrojni deo rezultata ulazi u binarni broj, a razlomljeni se dalje množi bazom i postupak se nastavlja dok razlomljeni deo ne postane nula.

Na primer:

	CELOBROJNI DEO
$0{,}375 \cdot 2 = 0{,}75$	0
$0{,}75 \cdot 2 = 1{,}5$	1
$0{,}5 \cdot 2 = 1{,}0$	1

$(0{,}375)_{10} = (0{,}011)_2$

Konverzija mešovitih decimalnih brojeva vrši se tako što se posebno konvertuje celobrojni deo, a posebno deo sa razlomljenim vrednostima, pa se dobijeni rezultati sabiraju. Ovde treba naglasiti da se celi brojevi mogu izraziti precizno u binarnoj formi, dok se konverzija brojeva koji nisu celi ne može uvek izvesti do kraja, što podrazumeva primenu aproksimacija. Ovo nikako ne znači da je binarni sistem manje tačan od decimalnog, već da on samo zahteva veći broj cifara za izražavanje određene veličine željenom preciznošću.

Za obrnuti postupak konverzije binarnih brojeva u decimalne može se koristiti direktno sumiranje članova prema jednačini (2-1), kao na primer:

$$(1101011{,}01)_{(2)} = 1\cdot 2^6 + 1\cdot 2^5 + 0\cdot 2^4 + 1\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 \text{, } 0\cdot 2^{-1} + 1\cdot 2^{-2} =$$
$$= 64 + 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 1{,}0 + 1/4 = (107{,}25)_{(10)}$$

2.3.2. KONVERZIJA BINARNIH BROJEVA U OKTALNE I OBRNUTO

Pošto je $8 = 2^3$, to znači da za jedan jednocifreni oktalni broj treba tri bita. Prema tome, binarni brojevi se mogu podeliti u grupe po tri bita, počevši od pozicionog zareza. Svakoj takvoj grupi može se pripisati jedan oktalni broj.

Na primer: $110100101011_{(2)} = \underset{6}{110}\ \underset{4}{100}\ \underset{5}{101}\ \underset{3}{011}_{(2)} = 6453_{(8)}$

I oktalni broj se vrlo jednostavno pretvara u binarni.

Na primer: $70152_{(8)} = \underset{7}{111}\ \underset{0}{000}\ \underset{1}{001}\ \underset{5}{101}\ \underset{2}{010}_{(2)} = 111000001101010_{(2)}$

Na osnovu ovih primera je jasno da se broj cifara u oktalnom broju smanjuje tri puta u odnosu na isti taj broj u binarnom sistemu. Takođe je jasno da se s malo vežbe binarni broj može napamet pretvoriti u oktalni i obrnuto. To je velika pomoć programerima kad pišu program i prihvataju podatke iz računara, jer umesto dugog niza nula i jedinica koji se teško pamti mogu beležiti podatke s mnogo manje cifara.

2.3.3. KONVERZIJA OKTALNIH BROJEVA U DECIMALNE I OBRNUTO

Kada je to potrebno, programeru je jednostavnije da oktalne brojeve pretvori u decimalne, izvrši željenu operaciju u decimalnom sistemu i rezultat ponovo pretvori u oktalni broj.

Oktalni broj se pretvara u decimalni slično kao i binarni, što je ilustrovano sledećim primerom:

$$\begin{aligned} 1267_{(8)} = 7 \cdot 8^0 &= 7 \\ +\,6 \cdot 8^1 &= 48 \\ +\,2 \cdot 8^2 &= 128 \\ +\,1 \cdot 8^3 &= \underline{512} \\ & \ 695_{(10)} \end{aligned}$$

Dakle, $1267_{(8)} = 695_{(10)}$

Da se ova množenja ne bi uvek iznova radila, može se napraviti pomoćna tabela sa prikazanim proizvodima težinskih vrednosti odgovarajućih pozicija cifre i oktalnih cifara.

POZICIJA CIFRE 5	4	3	2	1	0	OKTALNA CIFRA
0	0	0	0	0	0	0
32768	4096	512	64	8	1	1
65536	8192	1024	128	16	2	2
98304	12288	1536	192	24	3	3
131072	16384	2048	256	32	4	4
163840	20480	2560	320	40	5	5
196608	24576	3072	384	48	6	6
229376	28672	3584	448	56	7	7

Tabela 2.2

Obrnuti postupak se može izvesti metodom oduzimanja stepena 8, koji je najbliži zadatom decimalnom broju. Za to može poslužiti tabela 2.2. To se može ilustrovati na primeru pretvaranja decimalnih broja 643 u oktalni broj. U tabeli 2.2. najpre treba potražiti najbliži broj, ali manji od decimalnog. To je broj 512 koji se nalazi u koloni 3, što znači da će oktalni ekvivalent imati četiri cifre. Broj 512 se nalazi u vrsti 1, a to znači da je 1 odgovarajuća oktalna cifra na četvrtoj poziciji, odnosno 1, itd.

Ceo postupak se može prikazati na sledeći način:

$$
\begin{array}{rcll}
643_{(10)} & & (\text{oktalno}) & 1\quad 2\quad 0\quad 3_{(8)} \\
-\begin{array}{r} 512 \\ \hline 131 \end{array} & = & 1\;\; 8^3 & \\
-\begin{array}{r} 128 \\ \hline 3 \end{array} & = & 2\;\; 8^2 & \\
-\begin{array}{r} 0 \\ \hline 3 \end{array} & = & 0\;\; 8^1 & \\
-\begin{array}{r} 3 \\ \hline 0 \end{array} & = & 3\;\; 8^0 &
\end{array}
$$

Dakle, $643_{(10)} = 1203_{(8)}$.

Decimalno-oktalno pretvaranje se može izvesti i metodom sukcesivnog deljenja decimalnog broja osnovom 8.

2.3.4. KONVERZIJA BINARNIH BROJEVA U HEKSADECIMALNE I OBRNUTO

Pošto je osnova heksadecimalnog sistema $16 = 2^4$, to se svaki binarni broj koji treba pretvoriti u heksadecimalni deli u grupe po četiri bita i svakoj grupi posebno dodeljuje odgovarajući heksadecimalni ekvivalent.

Na primer:

$$1001101000011111_{(2)} = \underset{9}{1001}\ \underset{A}{1010}\ \underset{1}{0001}\ \underset{F}{1111} = 9A1F_{(16)}$$

Dakle, dugi niz od 16 binarnih cifara prikazuje se sa četiri heksadecimalne cifre, pa se takav broj lakše pamti i piše.

Za povratak u binarni sistem, svakoj heksadecimalnoj cifri pripisuje se binarni ekvivalent sa četiri cifre.

Na primer:

$$E6A2_{(16)} = \underset{1110}{E}\quad \underset{0110}{6}\quad \underset{1010}{A}\quad \underset{0010}{2} = 1110011010100010_{(2)}$$

2.3.5. KONVERZIJA HEKSADECIMALNIH BROJEVA U DECIMALNE I OBRNUTO

Kao i u slučaju oktalnih brojeva, i ovde se može napraviti tabela s proizvodima odgovarajućih vrednosti heksadecimalnih cifara.

POZICIJA CIFRE				HEKSADECIMALNA CIFRA
3	*2*	*1*	*0*	
0	*0*	*0*	*0*	*0*
4096	*256*	*16*	*1*	*1*
8192	*512*	*32*	*2*	*2*
12288	*768*	*48*	*3*	*3*
16384	*1024*	*64*	*4*	*4*
20480	*1280*	*80*	*5*	*5*
24576	*1536*	*96*	*6*	*6*
28672	*1792*	*112*	*7*	*7*
32768	*2048*	*128*	*8*	*8*
36864	*2304*	*144*	*9*	*9*
40960	*2560*	*160*	*10*	*A*
45056	*2816*	*176*	*11*	*B*
49152	*3072*	*192*	*12*	*C*
53248	*3328*	*208*	*13*	*D*
57344	*3584*	*224*	*14*	*E*
61440	*3840*	*240*	*15*	*F*

Tabela 2.3

Kao ilustracija može poslužiti sledeći primer:

$1\ E\ 9\ B_{(16)}$

nulta cifra = *B*, *iz tabele:* 11
prva cifra = 9, *iz tabele:* 144
druga cifra = *E*, *iz tabele:* 3584
treća cifra = 1, *iz tabele:* + 4096

$7835_{(10)}$

I u slučaju konverzije decimalnog broja u heksadecimalni može se primeniti tabela, kao i za konverziju u oktalni sistem. Međutim, ovom prilikom se metoda sukcesivnog deljenja može ilustrovati na primeru pretvaranja decimalnog broja $3921_{(10)}$ u odgovarajući heksadecimalni broj:

CELOBROJNI DEO	OSTATAK
$3921_{(10)} : 16 = 245$	1
$245 : 16 = 15$	5
$15 : 16 = 0$	15

$= F\ 5\ 1_{(16)}$

2.4. OSNOVNE ARITMETIČKE OPERACIJE U BINARNOM SISTEMU

Aritmetičke operacije u binarnom brojnom sistemu obavljaju se po pravilima sličnim kao u decimalnom sistemu. Pošto binarni sistem ima osnovu 2 množenje sa dva se izvodi pomeranjem zareza udesno, dok se pri deljenju sa dva zarez pomera ulevo. Ako se posmatra binarni broj $1001{,}00 = 9_{10}$, i ako se zarez pomeri za jedno mesto udesno, biće:

$$10010{,}0 = 1\cdot2^4 + 0\cdot2^3 + 0\cdot2^2 + 1\cdot2^1 + 0\cdot2^0 = 16+0+0+2+0 = 18_{10},$$

što znači da je zaista izvršeno množenje sa dva. U istom primeru pomeranje zareza za jedno mesto ulevo daje:

$$100{,}1 = 1\cdot2^2 + 0\cdot2^1 + 0\cdot2^0 + 1\cdot2^{-1} = 4+0+0+1/2 = 4{,}5_{10}.$$

Ovim je dokazano da je izvršeno deljenje sa dva.

Osnovne aritmetičke operacije u binarnom brojnom sistemu obavljaju se prema pravilima za sabiranje, oduzimanje, množenje i deljenje, koja su navedena u sledećim tablicama:

TABLICA ZA SABIRANJE

$A + B = O$	
$0 + 0 = 0$	
$0 + 1 = 1$	
$1 + 0 = 1$	
$1 + 1 = 0$	i 1 za prenos

TABLICA ZA ODUZIMANJE

$A - B = D$	
$0 - 0 = 0$	
$0 - 1 = 1$	i 1 pozajmljeno
$1 - 0 = 1$	
$1 - 1 = 0$	

TABLICA ZA MNOŽENJE

$A\cdot B = P$
$0\cdot0 = 0$
$0\cdot1 = 0$
$1\cdot0 = 0$
$1\cdot1 = 1$

TABLICA ZA DELJENJE

$A:B = Q$
$0:0 = ?$
$0:1 = 0$
$1:0 = ?$
$1:1 = 1$

Sledeći primeri će najbolje objasniti ove operacije:

$$\begin{array}{rr} & 11101{,}01 \\ + & 1001{,}101 \\ \hline & 100110{,}111 \end{array} = \begin{array}{r} 29{,}25 \\ 9{,}625 \\ \hline 38{,}875 \end{array}$$

Oduzimanje se takođe obavlja po sličnom postupku kao u decimalnom brojnom sistemu:

$$\begin{array}{rr} & 01100 \\ - & 00111 \\ \hline & 00101 \end{array} = \begin{array}{rr} & 12 \\ - & 7 \\ \hline & 5 \end{array}$$

Idući od najnižeg prema višim razredima, izvedene su sledeće operacije:

- pošto se u najnižem (prvom) razredu ne može oduzeti 1 od 0 i pošto je i u drugom razredu umanjenik takođe 0, onda se pozajmljuje cifra 1 iz trećeg razreda, koja ima težinsku vrednost $2^2 = 2^1 + 2^1$. Jedna cifra 1 sa težinom 2^1 se zadržava u drugom razredu, a preostalih $2^1 = 10$ se prenosi u prvi razred. Najzad, binarna razlika u prvom razredu 10-1 daje vrednost 1;
- sada u drugom razredu već postoji pozajmljena cifra 1 s odgovarajućom težinom, pa će biti 1-1 = 0;
- pošto je iz trećeg razreda umanjenika već pozajmljena cifra 1, sada se mora pozajmiti 1 iz četvrtog razreda, pa će biti 10–1 = 1;
- najzad, u četvrtom razredu je 0—0=0.

Razlomljeni brojevi oduzimaju se na isti način:

$$\begin{array}{r} 1010,1 \\ 111,1 \\ \hline 011,0 \end{array}$$

Množenje binarnih brojeva prikazano je sledećim primerom:

$$\begin{array}{r} 101,1\cdot 10,01 \\ \hline 1011 \\ 0000 \\ 0000 \\ 1011 \\ \hline 1100,011 \end{array}$$

Binarno deljenje je slično decimalnom, s tim što se i međuoperacije množenja i oduzimanja izvode, naravno, u binarnom sistemu, na primer:

$$(1010,1:111,1)_2 \Leftrightarrow (10,5:7,5)_{10}$$

Da bismo se oslobodili zareza, i deljenik i delilac moraju se proširiti sa 2 (binarno 10), pa će biti:

$$\begin{array}{l} 10101\ :\ 1111 = 1,011; \qquad 21_{10}:15_{10} = 1,4_{10} \\ \underline{-1111} \\ 0011000 \\ \quad \underline{-1111} \\ \quad 010010 \\ \qquad \underline{-1111} \\ \qquad 0011 \end{array}$$

Iz ovoga primera se vidi da je rezultat deljenja u binarnom brojnom sistemu periodičan broj, dok u decimalnom brojnom sistemu to nije slučaj. To proističe iz činjenice da se decimalni broj 0,4 ne može prevesti u binarni broj u konačnom obliku.

PITANJA I ZADACI

1. Konvertovati razlomljeni decimalni broj 72,125 u binarni.

Rešenje:

Konverzija decimalnih brojeva vrši se tako što se posebno konvertuje celobrojni deo, a posebno deo s razlomljenim vrednostima, pa se dobijeni rezultati saberu:

$$\begin{array}{rl} 72 & :\ 2 \\ 36 & \ldots\ldots\ 0 \\ 18 & \ldots\ldots\ 0 \\ 9 & \ldots\ldots\ 0 \\ 4 & \ldots\ldots\ 1 \\ 2 & \ldots\ldots\ 0 \\ 1 & \ldots\ldots\ 0 \\ 0 & \ldots\ldots\ 1 \\ \hline \multicolumn{2}{l}{(72)_{10}=(1001000)_2} \end{array} \qquad \begin{array}{l} 0,125\cdot 2 = 0,25 \ \ldots\ldots\ 0 \\ 0,25\ \cdot 2 = 0,5 \ \ \ \ldots\ldots\ 0 \\ 0,5\ \ \cdot 2 = 1 \ \ \ \ \ \ \ldots\ldots\ 1 \\ \hline (0,125)_{10} = (0,001)_2 \end{array}$$

Konačno je : $(72{,}125)_{10} = (1001000{,}001)_2$

2. Izvršiti oduzimanje sledećih binarnih brojeva: 100010 i 1010.

Rešenje:

$$\begin{array}{r} 10010 \\ -\ 1010 \\ \hline 1000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18 \\ -\ 10 \\ \hline 8 \end{array}$$

3. Ako se paran decimalni broj konvertuje u binarni brojni sistem, kakva mora biti cifra najnižeg razreda?

Rešenje:

Težina cifre najnižeg razreda u binarnom brojnom sistemu je 1 (neparan broj), dok su težine svih ostalih cifara parne, jednačina (2-3). Stoga, ako se u binarnom sistemu nalazi cifra najnižeg razreda tj. 1, decimalna vrednost tog broja je uvek neparna, u protivnom je parna.

4. Koliko je cifara potrebno da se decimalni broj 18 izrazi u binarnom brojnom sistemu?

5. Koju vrednost ima cifra najveće težine (razreda) u binarnim brojevima od pet cifara koji odgovaraju decimalnim brojevima između 16 i 31?

6. Oktalni broj $(37501)_8$ konvertovati u decimalni.

7. Heksadecimalni broj 9D1B konvertovati u decimalni.

8. Decimalni broj 256 konvertovati u binarni.

9. Decimalni broj 64,375 konvertovati u binarni.

10. Decimalni broj 336 konvertovati u heksadecimalni.